

# “MENSURAÇÃO DA PERFORMANCE DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS DE UM FUNDO DE PREVIDÊNCIA: UMA VISÃO ATUARIAL”

Por Dalvin Gabriel José de Souza; Bacharel em Ciências Atuariais, Licenciado em Matemática pela UFRGS, Chefe da Unidade de Investimentos do Departamento de Previdência dos Servidores Públicos do Município de Porto Alegre – RS  
(dalvin@previmpa.prefpoa.com.br)

## POR QUE DEVEMOS MEDIR O DESEMPENHO DA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS DE UM FUNDO DE PREVIDÊNCIA?

O principal objetivo que justifica a existência de um Fundo de Previdência é garantir o pagamento dos benefícios de aposentadoria e pensão de seus participantes, servidores públicos ativos, inativos e seus pensionistas. Logo, cabe a cada participante acompanhar a evolução do patrimônio do fundo e verificar se a Meta Atuarial está sendo atingida pelos gestores da Carteira de Investimentos. Ou seja, interessa saber o "quão bem" o seu portfólio de ativos está se saindo.

Conforme BACON (2008), o processo de agregar valor por meio de *benchmarking*, alocação de ativos, análise de risco, construção de portfólio e execução de transações é descrito coletivamente como o processo de decisão de investimento. A medição do desempenho do portfólio deve fazer parte do processo de decisão de investimento, não externo a ele.

A medição do desempenho do portfólio busca responder a três questões básicas centrais:

- (1) Qual é o retorno de seus ativos?
- (2) Por que o portfólio teve esse desempenho?
- (3) Como podemos melhorar o desempenho?

A escolha de uma medida de avaliação deve atender a facilidade de aplicação – principalmente no que se refere à disponibilidade da informação requerida -, bem como a pertinência e a compreensibilidade dos elementos em causa.

No intuito de evitar interpretações dúbias ou errôneas por parte dos investidores, a existência de múltiplas formas de cálculo e formas de apresentar a rentabilidade dos investimentos coloca a necessidade de padronização desses procedimentos. O que já é uma prática internacional que observamos nas publicações GPIS – *Global Investment Performance Standards* (2020) e BACON (2019).

## 1.0 – Rentabilidade: Medida da Avaliação de Desempenho

### 1.1 – Rentabilidade Simples ou Razão de Rentabilidade

$$r = \frac{S_F - S_I}{S_I}$$

$$r = \frac{S_F}{S_I} - 1$$

$$(r + 1) = \frac{S_F}{S_I}$$

Onde:

$S_F$ : Saldo da Carteira de Investimentos no Final do Período de Avaliação

$S_I$ : Saldo da Carteira de Investimentos no Início do Período de Avaliação

$r$  : Razão de Rentabilidade, ou Taxa de Rentabilidade

$1 + r$ : Fator de Rentabilidade.

Esta é a medida de avaliação indicada nos casos em que não há Fluxo de Caixa na Carteira de Investimentos no período de avaliação.

### 1.2 – Rentabilidade Composta

Seja  $S_T$  o valor da Carteira de Investimentos no instante T.

Temos:

$$\frac{S_1}{S_I} \times \frac{S_2}{S_1} \times \dots \times \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \times \frac{S_F}{S_{n-1}} = \frac{S_F}{S_I}$$

Logo,

$$(1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_n) = (1 + r)$$

Este processo de composição da rentabilidade de uma Carteira de Investimentos tem por base uma série de subperíodos, denominado por Método Geométrico.

Se não ocorrer Fluxo de Caixa na Carteira de Investimentos durante o período de avaliação, então podemos aplicar a Rentabilidade Simples como medida de avaliação do desempenho da Carteira de Investimentos.

Se ocorrer Fluxo de Caixa na Carteira de Investimentos, então teremos valores investidos na Carteira de Investimentos com tempo menor que o resto da Carteira, dessa forma impossibilitando o uso da Rentabilidade Simples como medida de avaliação de desempenho de uma Carteira de Investimentos.

Logo, para resolver esta deficiência da Rentabilidade Simples, devemos utilizar medidas de avaliação que incorporem os efeitos do Fluxo de Caixa no resultado da rentabilidade relativa da Carteira de Investimentos.

## 2.0 – Métodos de Cálculo de Rentabilidade

Podemos classificar os métodos de cálculo de rentabilidade relativa de uma Carteira de Investimentos em 2 grandes grupos:

- i) Taxa de Rentabilidade Ponderada pelos Capitais Investidos (*Money-Weighted Returns ou Dollar-Weighted Returns, MWR*)
- ii) Taxa de Rentabilidade Ponderada pelo Tempo (*Time-Weighted Returns, TWR*)

Segue uma pequena comparação entre as duas metodologias: MWR x TWR

### 2.1 - Taxa de Rentabilidade Ponderada pelos Capitais Investidos (MWR):

Este método incorpora tanto a dimensão como o *timing* dos fluxos financeiros. Medida eficaz na avaliação do retorno associado a um certo investimento sob a visão do dono do dinheiro, visão do investidor. A Taxa Interna de Retorno (TIR), é uma medida clássica de retorno da tipologia *Money-Weighted*. A TIR é a métrica mais utilizada na prática e corresponde à Taxa de Desconto que torna equivalente o custo de um investimento e os Fluxos de Caixa gerados por este investimento. Assim, a TIR reflete o desempenho real do capital investido ao longo do tempo. Estes métodos refletem o Fluxo de Caixa, bem como o desempenho dos ativos que compõem a Carteira de Investimentos.

Para um único período de tempo, a TIR, na sua concepção mais simples, corresponde à taxa  $r$  que satisfaz a seguinte equação:

$$S_F = S_I(1 + r) + FC(1 + r)^{\frac{1}{2}}$$

Resolvendo a Equação:

Fazendo  $x = (1 + r)^{\frac{1}{2}}$

Obtemos:

$$r = \left\{ \frac{-FC + [FC^2 - 4S_I(-S_F)]^{\frac{1}{2}}}{2S_I} \right\}^2 - 1$$

Onde:

$S_I$ : Valor do Montante a Mercado da Carteira no Início do Período

$S_F$ : Valor do Montante a Mercado da Carteira no Final do Período

FC: Fluxo de Caixa no Período de cálculo

Nesta formulação, pressupomos que os Fluxos de Caixa Externos ocorrem no ponto médio do período de cálculo.

As taxas ponderadas pelos capitais investidos são função do Montante do Investimento, do fluxo de caixa investido e do momento do tempo em que estes ocorreram. Logo, elas são afetadas por grandes montantes de entrada e saída, bem como se no início ou no fim do período de avaliação.

A metodologia *Money-Weighted Returns* toma em consideração o montante de capital investido nos diferentes períodos e calculam uma Taxa de Retorno Ponderada por estes fatores. A Taxa Ponderada pelo Capital Investido ao longo de um único período de medição refletirá sempre o montante ganho, bem como as perdas do período por uma Carteira de Investimentos.

Conforme FEIBEL (2003), o retorno ponderado em dinheiro (MWR), ou retorno ponderado em moeda, é usado quando precisamos medir o desempenho experimentado pelo investidor. MWR é uma estatística de desempenho que reflete quanto dinheiro foi ganho durante o período de medição. Esse valor é influenciado pelo momento das decisões de contribuir ou sacar dinheiro de um fundo, bem como pelas decisões tomadas pelo administrador do fundo. O MWR combina os efeitos no retorno dos esforços do gerente e do investidor. MWR é o retorno que um investidor realmente experimenta ao fazer um investimento. Ele reconcilia o valor inicial de mercado e os fluxos de caixa adicionais da carteira com o valor final de mercado. O momento e o tamanho dos fluxos de caixa intermediários têm um impacto no valor final de mercado. Para refletir essas transações, o MWR leva em consideração não apenas a quantidade dos fluxos, mas também o momento dos fluxos de caixa. Diferentes investidores em um portfólio investem valores diferentes e fazem seus investimentos em datas diferentes. Devido às diferenças no tempo e na magnitude do fluxo de caixa, não é apropriado comparar um MWR calculado para diferentes investidores. Se houver um fluxo de caixa, precisamos levar em consideração a quantidade e o momento do fluxo de caixa.

Em MCGILL (2005, “*Fundamentals of Private Pensions*”, pg. 793) encontramos a seguinte conclusão:

*“The dollar-weighted return is the better measure of the portfolios performance.”*

(Tradução livre: *O retorno ponderado em dólar é a melhor medida do desempenho das carteiras.*)

## 2.2 - Taxa de Rentabilidade Ponderada pelo Tempo (TWRR):

Este método mede o retorno produzido por um investimento ao longo do tempo, independentemente das entradas e saídas de capital. As rentabilidades de acordo com as métricas *Time-Weighted* não são afetadas pela frequência ou pela dimensão dos Fluxos de Caixa. O retorno para cada período é calculado tendo por base o capital em carteira no início desse período. Estes métodos dividem o tempo para o qual o retorno vai ser calculado em subperíodos iguais. As taxas de rentabilidade ponderadas pelo tempo não consideram há quanto tempo o capital foi investido. É apropriado para medir o desempenho do gestor da Carteira de Investimentos.

### 2.2.1 – Rentabilidade Real ou Clássica (*True ou Classical Time-Weighted Return*)

A rentabilidade é calculada para cada subperíodo correspondente ao lapso de tempo entre dois Fluxos de Caixa externos, aplicando-se a Rentabilidade Simples ou Razão de Rentabilidade.

$$\frac{V_1 - C_1}{V_I} \times \frac{V_2 - C_2}{V_1} \times \dots \times \frac{V_{n-1} - C_{n-1}}{V_{n-2}} \times \frac{V_F - C_n}{V_{n-1}} = 1 + r$$

Dado  $V_t$  igual ao valor do portfólio no momento logo após o registro do fluxo de caixa  $C_t$ .

Logo,

$$\frac{V_t - C_t}{V_{t-1}} = 1 + r_t$$

Esta expressão permite obter a *ratio* de riqueza imediatamente anterior ao recebimento dos fluxos de caixa externos.

Portanto,

$$(1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_n) = (1 + r)$$

### 2.2.2 – Método de Preço Unitário (Sistema de Quotas)

Este método é uma variante do método anterior, Rentabilidade Clássica (*True Time-Weighted*), sendo que, utiliza o conceito de preço unitário padronizado. A rentabilidade é calculada imediatamente antes de cada Fluxo de Caixa externo, dividindo o valor de mercado pelo número de unidades previamente obtido. As unidades são somadas ou subtraídas no portfólio ao Preço Unitário. Para maiores esclarecimentos sobre esta metodologia sugerimos consultar QUELHAS (2013) e SÁ (1993).

## 3.0 – Escolhendo um Método de Mensuração da Rentabilidade de uma Carteira de Investimentos

Os métodos *Time-Weighted* avaliam o desempenho dos gestores dos investimentos, já os métodos *Money-Weighted* medem a performance do próprio investimento. Com efeito, a taxa de rentabilidade baseada em *Time-Weighted* mede o desempenho dos gestores ajustado pelo fluxo de caixa, e a taxa de rentabilidade baseada no *Money-Weighted* mede a performance dos ativos investidos, refletindo o impacto desses fluxos de caixa.

Conforme BACON (2008), a escolha da metodologia a ser adotada depende dos requisitos do cliente, do grau de precisão exigido, do tipo de ativos e da respectiva liquidez, bem como dos fatores de custo envolvidos. O método *Time-Weighted* neutraliza o impacto do fluxo de caixa, sendo que, é o mais adequado se se pretende comparar o desempenho de diversos gestores e publicar índices comerciais. Por outro lado, se nos propusermos a conhecer o desempenho dos ativos, sem atender a quaisquer comparações, então o método *Money-Weighted* será o mais apropriado. A rentabilidade medida pelo

método *Time-Weighted* não depende da quantidade de dinheiro investido, permitindo inclusive obter uma taxa positiva de retorno ao longo de um período em que o investidor pode até ter perdido dinheiro. Este aspecto torna-se, muitas vezes, dificilmente inteligível para a maioria dos investidores. Neste caso, o investidor perdeu dinheiro por ter aumentado o montante investido no início de um período de fraco desempenho do mercado financeiro. A confiança na precisão de avaliação de ativos é a chave na determinação do método a utilizar. O foco da avaliação, gestor ou investidor, e a simplicidade de obtenção dos resultados são outros fatores relevantes na decisão de escolha de um método de mensuração da rentabilidade de uma Carteira de Investimento.

#### 4.0 – Método Dietz Simples

Esta metodologia de avaliação proposta por DIETZ (*in Pension Funds: Measuring Investment Performance*, 1966) é uma simplificação da TIR – Taxa Interna de Retorno, ou seja, uma forma algébrica simplificada aproximada da TIR. Por ser uma Taxa de Rentabilidade Ponderada pelos Capitais Investidos (*Money-Weighted*) será uma escolha natural para mensuração da rentabilidade de uma carteira de investimento de um Regime Próprio de Previdência (RPPS). Tendo por objetivo representar a visão dos “donos” do dinheiro, bem como o respeito ao princípio da transparência. Pois, como será demonstrado, o seu cálculo é acessível e facilmente compreendido pelos participantes do RPPS e órgãos de fiscalização, trazendo mais transparência para acompanhamento dos resultados da Carteira de Investimentos.

Conforme TIPPETT (1987), o retorno da Carteira de Investimentos ao longo do intervalo  $[0, T]$  é definido implicitamente pela equação:

$$\int_0^T C'(t)e^{i(T-t)} dt + M(0)e^{iT} = M(T)$$

Ou seja, a escolha da metodologia de cálculo da taxa de retorno da Carteira de Investimentos deverá ser aquela que minimize o erro entre o montante efetivo da Carteira no final do período e aquele calculado com base na taxa de retorno calculada,  $M(T)$ .

Onde,  $C'(t)$  é a derivada em relação ao tempo da função de fluxo de caixa,  $C(t)$ .

O Método Dietz Simples resulta da razão entre o total dos ganhos proporcionado por uma Carteira de Investimentos e a média do capital investido no período.

A média do capital investido corresponde a 50% do montante do Fluxo de Caixa Externo, o que implica pressupor que este Fluxo de Caixa se reporta ao ponto médio do período considerado. Pois, supomos que os fluxos de caixa são uniformemente distribuídos ao longo do período. Semelhantemente como o que ocorre com a TIR Simples, o Método de Dietz Simples, que é uma aproximação algébrica da TIR, pressupõe o conhecimento apenas dos valores de mercado final e inicial da Carteira de Investimentos, bem como do montante do Fluxo de Caixa Externo.

Logo,

$$R_D = \frac{S_F - S_I - FC}{S_I + \frac{FC}{2}}$$

Onde,

$$\begin{aligned} \text{Retorno em R\$} &= S_F - S_I - FC \\ FC &= \text{Aplicação} - \text{Resgate} \end{aligned}$$

$R_D$ : Taxa Retorno Dietz Simples

$S_I$ : Valor do Montante a Mercado da Carteira no Início do Período

$S_F$ : Valor do Montante a Mercado da Carteira no Final do Período

FC: Fluxo de Caixa no Período de cálculo

Aplicação: Montante dos Valores Aplicados nos ativos da Carteira de Investimento

Resgate: Montante dos Valores Resgatados da Carteira de Investimento

Retorno em R\$: Corresponde ao Montante em moeda que rendeu a Carteira de Investimento no período de cálculo.

KINGSTON (1975) nos apresenta outra forma de chegarmos a mesma fórmula de Dietz. Suponha que a receita tenha chegado na metade do primeiro ano em que o valor de mercado era  $V_{1/2}$ , então podemos assumir que a mesma taxa  $r_1$  se aplica durante todo o primeiro período, de modo que:

$$V_0(1 + r_1) + I\left(1 + \frac{r_1}{2}\right) = V_1$$

$V_0$ : Valor de mercado da Carteira no Início o período;

$V_1$ : Valor de mercado da Carteira no Final o período;

$I$ : Valor do Fluxo e Caixa da Carteira no período.

Com um pouco de manipulação algébrica sobre a equação de KINGSTON, obtemos:

$$\begin{aligned} V_0 + V_0 r_1 + I\left(1 + \frac{r_1}{2}\right) &= V_1 \\ V_1 - V_0 &= V_0 r_1 + I\left(1 + \frac{r_1}{2}\right) \\ V_1 - V_0 &= V_0 r_1 + I + I \frac{r_1}{2} \\ V_1 - V_0 - I &= r_1 \left(V_0 + \frac{I}{2}\right) \\ r_1 &= \frac{V_1 - V_0 - I}{V_0 + \frac{I}{2}} \end{aligned}$$

Conforme DIETZ (1968), o ponto de partida para medir o desempenho de qualquer tipo de investimento é descobrir claramente quanto foi ganho nos ativos investidos ou a taxa de retorno. É geralmente aceito que a taxa apropriada de retorno inclui rendimentos comuns, ganhos e perdas realizados e apreciação ou depreciação não realizada.

Um dos problemas mais sérios envolvidos na medição do retorno do investimento para certos tipos de carteiras, como fundos de pensão, participação nos lucros e doações,

tem sido a confusão sobre se o valor do retorno deve se basear nos ativos reais de um determinado fundo ou uma medida que seja útil para fazer comparações entre vários outros fundos. O último tipo de medida deve eliminar o efeito de novos fluxos de caixa. A abordagem básica usada para medir o retorno real dos ativos é chamada de taxa de retorno composta, taxa interna, taxa de desconto ou taxa de retorno ponderada em dinheiro. Essa abordagem mede o retorno do investimento, encontrando a taxa de retorno anual nivelada que, se auferida em todas as contribuições líquidas a partir do momento em que foram recebidas pelo fundo para investimento, reproduziria o valor do fundo em uma determinada data. Na prática, essa técnica é frequentemente usada para medir resultados por um longo período de tempo - cinco ou dez anos. Esse tipo de técnica é atraente, uma vez que a taxa de retorno resultante é útil para determinar se as **Premissas Atuariais** estão sendo atendidas e qual é o retorno real dos fundos investidos. Um método comum para encontrar essa taxa é resolver uma equação como:

$$C_1(1+r)^n + C_2(1+r)^{n-1} + \dots + C_n(1+r) = M$$

Onde (C) é uma série de investimentos em dinheiro, (M) é o valor final de mercado e (r) é a taxa de retorno. Os únicos fatores que afetam esse método são: (1) valores iniciais e finais de mercado, e (2) o momento das aplicações financeiras. Os valores de mercado e as taxas de retorno dos subperíodos são ignorados, com o resultado de que o efeito desse método é produzir uma taxa que depende do valor ponderado dos ativos no fundo durante cada subperíodo.

No entanto, uma vez que se baseia no princípio dos juros compostos, fornece a taxa exata obtida nos fundos investidos.

Para mensuração do retorno dos investimentos é necessário um método que elimine o efeito de diferentes fluxos de caixa e taxas de crescimento do fundo de investimento. Uma medida simples e frequentemente usada (McCANDLISH - 1965) para esse fim em que (I) é a renda total é:

$$R = \frac{I}{\frac{1}{2}(M_1 + M_2 - I)} \quad (a)$$

Como os fluxos de caixa estão geralmente mais prontamente disponíveis que (I) a partir dos dados contábeis do portfólio, a equação (b) pode ser representada como:

$$R = \frac{M_2 - M_1 - C}{M_1 + \frac{1}{2}C} \quad (b)$$

Essa fórmula básica da taxa de retorno pode ser reescrita como:

$$M_2 = M_1 + C + RM_1 + R\frac{1}{2}C \quad (c)$$

O que mostra o racional por trás desse conceito de retorno. O valor de mercado no final de qualquer período é igual ao valor inicial de mercado mais novos fluxos de caixa mais a taxa de retorno auferida sobre os ativos do fundo no início do período e o retorno



obtido com metade das contribuições. As equações (b) e (c) assumem que as contribuições são recebidas no meio de cada período de investimento.

Prova:

$$\begin{aligned}M_2 &= M_1 + C + I \\I &= M_2 - M_1 - C\end{aligned}$$

Fazendo a substituição,

$$R = \frac{M_2 - M_1 - C}{M_1 + \frac{1}{2}C}$$

Esse método de retorno médio é prático e fácil de aplicar quando os subperíodos são de curta duração. É, no entanto, sujeito a um lineamento teórico sério. Onde o fluxo de caixa é qualquer valor diferente de zero, a taxa de retorno é apenas uma aproximação da verdadeira taxa por subperíodo. A fórmula supõe inerentemente que todos os novos fluxos de caixa do portfólio ganhem à taxa média de todo o portfólio. Ou seja, assume que a taxa de retorno fornecida é obtida uniformemente durante todo o subperíodo mensurado.

Uma solução prática para essa limitação na técnica de retorno médio depende do tamanho do termo do erro e dos custos de redução do erro. Para a maioria dos fins de medição comparativa, algum erro é claramente tolerável. Uma mudança no gerente de investimentos geralmente ocorrerá apenas se seu desempenho comparativo estiver claramente desalinhado com o de outros gerentes. Quando os novos fluxos de caixa representam apenas uma pequena porcentagem do portfólio total, é intuitivamente claro que o erro será pequeno. Portanto, para muitos portfólios, pode ser desnecessário se preocupar com o erro.

A seguir apresentamos duas simulações com aplicação da Metodologia MWR e TWR ao Fundo de Aposentadoria do PREVIMPA. Onde podemos observar que a taxa de retorno mais aderente é aquela calculada pelo Método Dietz Simples.

Na primeira simulação (Quadro 1) efetuamos a evolução do patrimônio do PREVIMPA até Maio/2020, comprando o Método de Dietz Simples e o Método TWR (Quotas)

Na segunda simulação (Quadro 2) efetuamos o cálculo do retorno do patrimônio do PREVIMPA nos primeiros 5 meses de 2020 utilizando a TIR 3 aproximações algébricas da TIR e o Método de Quotas:

- i) Método de Dietz Simples;
- ii) Fórmula de Karpin (1967);
- iii) Fórmula Geral desenvolvida em Dalvin (2003).

## QUADRO 1

SIMULAÇÃO DA EVOLUÇÃO DO PATRIMÔNIO - Maio/2020

Mês	FC	FC atualizado Dietz	FC atualizado TWR
0	R\$ 2.621.348.416,16	R\$ 2.671.588.469,72	R\$ 2.599.112.478,73
1	R\$ 15.819.263,52	R\$ 16.091.872,80	R\$ 15.698.442,03
2	R\$ 23.327.437,49	R\$ 23.639.506,30	R\$ 23.188.745,92
3	R\$ 15.739.284,65	R\$ 15.889.396,25	R\$ 15.672.387,19
4	R\$ 24.570.272,58	R\$ 24.710.607,24	R\$ 24.507.559,86
5	R\$ 16.333.677,23	R\$ 16.364.715,16	R\$ 16.319.768,80
PL calculado:		R\$ 2.768.284.567,47	R\$ 2.694.499.382,53

PL efetivo:		R\$ 2.784.531.710,52	R\$ 2.784.531.710,52
Diferença:		R\$ 16.247.143,05	R\$ 90.032.327,99
% Diferença:		0,5835%	3,2333%

Taxa Retorno Dietz	
Ano	Mês
1,92%	0,380%

Taxa Retorno TWR (Quotas)	
Ano	Mês
-0,85%	-0,170%

OBS: Fluxo de Caixa Antecipado, recebido em média no meio do mês.

## QUADRO 2

	jan/20	fev/20	mar/20	abr/20	mai/20
n	1	1	1	1	1
l = Retorno	R\$ 19.539.439,46	-R\$ 28.623.724,88	-R\$ 154.870.678,87	R\$ 70.262.260,35	R\$ 72.809.841,27
p	0,007454	- 0,010774	- 0,058411	0,027968	0,027927
numerador	0,044835	- 0,064413	- 0,343640	0,169370	0,169124
Denominador Dalvin	6,02981586	5,956903454	5,766357326	6,111870136	6,111709573
% Dalvin (2003)	0,7436%	-1,0813%	-5,9594%	2,7712%	2,7672%
Denominador Karpin	6,01490793	5,978451727	5,883178663	6,055935068	6,055854787
% Karpin	0,7454%	-1,0774%	-5,8411%	2,7968%	2,7927%
% Dietz	0,7432%	-1,0727%	-5,8238%	2,7831%	2,7840%
Quotas:	0,7327%	-1,0665%	-5,8171%	2,7829%	2,7764%
Spread Dalvin	-0,0108%	0,0148%	0,1423%	0,0118%	0,0092%
Spread Karpin	-0,0127%	0,0109%	0,0240%	-0,0138%	-0,0163%
Spread Dietz	-0,0104%	0,0062%	0,0067%	-0,0002%	-0,0076%
Spread Dalvin	-1,4569%	-1,3651%	-2,3881%	0,4255%	0,3319%
Spread Karpin	-1,7005%	-1,0083%	-0,4106%	-0,4936%	-0,5851%
Spread Dietz	-1,4039%	-0,5737%	-0,1150%	-0,0070%	-0,2737%

CÁLCULO TIR	ANO	jan/20	fev/20	mar/20	abr/20	mai/20
Saldo Inicial	-R\$ 2.621.348.416,16	-R\$ 2.621.348.416,16	-R\$ 2.656.707.119,14	-R\$ 2.651.410.831,75	-R\$ 2.512.279.437,53	-R\$ 2.607.111.970,46
Fluxo de Caixa	-R\$ 95.789.935,47	-R\$ 15.819.263,52	-R\$ 23.327.437,49	-R\$ 15.739.284,65	-R\$ 24.570.272,58	-R\$ 16.333.677,23
Saldo Final	R\$ 2.696.255.488,96	R\$ 2.656.707.119,14	R\$ 2.651.410.831,75	R\$ 2.512.279.437,53	R\$ 2.607.111.970,46	R\$ 2.696.255.488,96
	-0,39193%	0,3709%	-0,5378%	-2,9554%	1,3821%	1,3825%
TIR (período):	-0,7823%	0,74316%	-1,07269%	-5,82352%	2,78324%	2,78408%

Fórmula Simplificada Dalvin (2003):

$$i = \frac{2p(3+p)}{(3+2p)(n+1)}$$

$$I := Rn - B$$

$$p := \frac{Rn - B}{B}$$

Fórmula de Karpin:

$$i = \frac{2p(3+p)}{2np + 3(n+1)}$$

Na aplicação usamos: I (retorno em moeda); n (prazo, período igual a 1); B (Valor Inicial).

Já no quadro abaixo apresentamos o erro de avaliação que o “dono do dinheiro” pode incorrer ao calcular o retorno relativo de sua Carteira de Investimento pelo Método TWR (Quotas ou *Classical Time-Weighted*). Pois enquanto o retorno relativo calculado pelo Método de Quotas apresenta um retorno positivo, em verdade, o investidor obteve um prejuízo no período.

### QUADRO 3

Período	Quota de Fechamento	Nº de quotas	Captação		Resgate		Patrimônio Líquido a mercado	% Retorno Quotas	Retorno (R\$)	% Retorno Dietz	TIR	% Retorno Classical time-weighted	% Retorno Acumulado Classical time-weighted
			Valor R\$	Em Quotas	Valor R\$	Em Quotas							
01/05/2020	1,00000000	7.000,00	7.000,00	7.000,00	0,00	0,00	R\$ 7.000,00						
02/05/2020	1,42857143	28.000,00	30.000,00	21.000,00	-	0,00	R\$ 40.000,00	42,86%	3.000,00			42,86%	42,86%
03/05/2020	1,28571429	28.000,00	0	0,00	-	0,00	R\$ 36.000,00	28,57%	- 1.000,00	-4,545%	-4,510%	-10,00%	28,57%

## 5.0 - CONCLUSÃO

Considerando que o objetivo do Fundo de Previdência do PREVIMPA é garantir o pagamento dos benefícios futuros dos servidores públicos do Município de Porto Alegre.

Considerando os diversos Métodos de Mensuração do Retorno da Carteira de Investimentos encontrados na literatura, o Método Dietz Simples apresenta a qualidade desejável de simplicidade e transparência na sua aferição pelos participantes e órgãos de fiscalização.

Cabe agora efetuarmos a ponderação se devemos trocar a simplicidade e transparência do Método Dietz Simples, que é um Método que Pondera os Capitais Investidos, por outro método que apresente a performance dos Gestores da Carteira de Investimentos, o que por exemplo seria alcançado com o a adoção dos Métodos Ponderados pelo Tempo.

Ou seja, vale a pena trocar a transparência e interesse dos participantes em nome da performance dos Gestores dos Ativos?

Na avaliação deste atuário, a transparência e interesse dos participantes na avaliação da Carteira de Investimentos, bem como a correta expressão da evolução das Reservas Matemáticas garantidoras dos benefícios previdenciários, superam os interesses de performance dos Gestores dos Ativos.

Logo, reforço a adoção do Método Dietz Simples na mensuração do Rendimento Relativo da Carteira de Investimentos do PREVIMPA.

Segue a fórmula de cálculo:

$$R_D = \frac{S_F - S_I - FC}{S_I + \frac{FC}{2}}$$

Onde,

$$\begin{aligned} \text{Retorno em R\$} &= S_F - S_I - FC \\ FC &= \text{Aplicação} - \text{Resgate} \end{aligned}$$

$R_D$ : Taxa Retorno Dietz Simples

$S_I$ : Valor do Montante a Mercado da Carteira no Início do Período

$S_F$ : Valor do Montante a Mercado da Carteira no Final do Período

FC: Fluxo de Caixa no Período de cálculo

Aplicação: Montante dos Valores Aplicados nos ativos da Carteira de Investimento

Resgate: Montante dos Valores Resgatados da Carteira de Investimento

Retorno em R\$: Corresponde ao Montante em moeda que rendeu a Carteira de Investimento no período de cálculo.

Registre-se que no curto prazo, 12 meses, o Método Dietz Simples poderá ser adotado sem sacrifício da precisão. Mas, no cálculo de rendimento acumulado superior a 12 meses sugerimos adotar a Média de Rentabilidade Geométrica:

$$(1 + R_T) = (1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_{n-1})(1 + r_n)$$

Em SAVÓIA (2003) encontramos que a mensuração da rentabilidade por segmento pressupõe a verificação da movimentação de recursos entre os diversos segmentos existentes. Logo, caso haja a venda de um título de renda fixa e a aquisição de ativos de outro segmento com o mesmo patrimônio, haverá uma distorção no cálculo da rentabilidade. O montante aplicado no segmento de renda fixa será diminuído no valor de venda do título para se chegar ao montante no fim do período. Nesse cálculo, pode-se mensurar uma rentabilidade negativa no segmento, fato que não corresponde à realidade. A influência da transferência de recursos entre os segmentos não distorce a rentabilidade dos recursos garantidores, pois eles contêm todos os segmentos. Entretanto, o fluxo de recursos entre os segmentos irá desvirtuar a rentabilidade do segmento.

Portanto, isto reforça que temos que ter cuidado ao interpretar os resultados obtidos no cálculo do rendimento relativo de uma Carteira, em especial quando calculamos o rendimento dos diversos segmentos de ativos que a compõem.

## BIBLIOGRAFIA:

- 1) Karpin, H.  
Simple algebraic formulae for estimating the rate of interest.  
Journal of the Institute of Actuaries (J.I.A.). Vol. 93 (1967), Pg. 297-309
- 2) Kingston, T.D.  
Measuring Investment Performance.  
Transactions of the Faculty of Actuaries 34 (1973): 241-98. Cambridge University Press.
- 3) Holbrook, J.  
Investment Performance of Pension Funds.  
Journal of the Institute of Actuaries (J.I.A.). Vol. 104 (1977), N°2, Pg. 15-66
- 4) Tippett, M.  
Estimating Returns on Financial Instruments: Time versus Money Returns  
Journal of Business Finance & Accounting, 21(5), July 1994.  
  
Estimating rates of return on Australian superannuation funds  
Insurance: Mathematics and Economics 6 (1987) 213-220 North-Holland
- 5) Evans, A. W.
  - a) Further Remarks on the relationship between the values of life annuities at different rates of interest, including a description of a Method of first-difference interpolation and reference to annuities-certain.  
Journal of the Institute of Actuaries (J.I.A.). Vol. 72 (1946), Pg. 447-454
  - a) On the approximate calculation of increasing benefits.  
Journal of the Institute of Actuaries (J.I.A.). Vol. 59 (1928), Pg. 402-405
  - b) On the relationship between life annuities at different rates of interest.  
Journal of the Institute of Actuaries (J.I.A.). Vol. 63 (1932), Pg. 70-81
  - c) A method of approximating to increasing annuities.  
Journal of the Institute of Actuaries (J.I.A.). Vol. 60 (1929), Pg. 345-348
- 6) Craig, M.A.  
The yield on a Debenture bought at a premium.  
Journal of the Institute of Actuaries (J.I.A.). Vol. 60 (1929), Pg. 341-344
- 7) Bizley, Michael T.L.  
Determination of yields on annuities-certain.  
Journal of the Institute of Actuaries (J.I.A.). Vol. 88 (1962), Pg. 95-99
- 8) Stelson, H.E.  
The rate of interest in installment payment plans.  
The American Mathematical Monthly. Vol. 56 (April 1949), Pg. 257-260

- 9) Kaplan, Seymour  
Computer algorithms for finding exact rate of return.  
The Journal of Business of the University of Chicago. Vol. 40, n° 4 (Out 1967), Pg. 389-392
- 10) Fisher, Lawrence and Lorie, James H.  
Rates of return on investments in common stocks.  
The Journal of Business of the University of Chicago. Vol. 37, n° 1 (Jan 1964), Pg. 1-21
- 11) Fisher, Lawrence  
An algorithm for finding exact rates of return.  
The Journal of Business of the University of Chicago. Vol. 39, n° 1 parte II (Jan 1966), Pg. 111-118
- 12) Wild, Norman H.  
Program for discounted-cash-flow return on investment.  
Chemical Engineering. May 9, 1977. Pg. 137-142
- 13) Frank Ayres Jr.  
Matemática Financeira  
Traduzido por Gastão Quartin de Moura  
São Paulo. 1971. Pg. 80-90  
McGraw-Hill do Brasil
- 14) Finetti, Bruno de  
Leçons de Mathématiques Financières  
Paris: Dunod, 1969. Pg. 191
- 15) Lenzi, Enrico  
Lizione di Matematica Finanziaria  
Napole, G.U.F. Mussolini. Pg. 192
- 16) Santacroce, Prof. Guido  
Matematica Finanziaria  
Milão  
Sociedade Editorial Dante Alighieri
- 17) Sibirani, Filippo  
Lizione di Matematica Generale e Finanziaria, volume secondo.  
Padova. CEDAM, 1944, 507 pg.
- 18) Moore, Justin H.  
Matematicas Financieras  
México. 1945. Pg. 891-1071  
UTEHA: Biblioteca de Contabilidad Superior, Vol. XIV

- 19) Thiago, Rodolpho Baptista de S.  
Mathematica Commercial e Financeira  
São Paulo. 1937. Pg. 421  
Escolas Profissionais Salesianas
- 20) Carvalho, Thales Mello  
Matemática Comercial e Financeira  
Rio de Janeiro. 1971. Pg. 342  
FENAME
- 21) Costa, J.J. da Serra  
Tópicos Especiais em Matemática Financeira  
Rio de Janeiro. 1978. Pg. 7-17  
Ed. Interciência
- 22) Faro, Clovis de  
Matemática Financeira  
São Paulo. 1982. 9ª Ed. Pg. 105-141  
Ed. Atlas
- 23) Faro, Clovis de  
Taxas de juros em empréstimos com pagamentos constantes  
Rumos do Desenvolvimento. Set/Out 1977. Pg. 44-47  
Ed. Atlas
- 24) Puccini, Aberlado de Lima  
Matemática Financeira  
Livros Técnicos, 1978. Pg. 17-18  
Ed. Atlas
- 25) Neves, Maria Elisabete. Quelhas, Ana Paula  
Carteira de Investimento – Gestão e Avaliação do Desempenho  
Coimbra: 2013  
Editora Almedina.
- 26) Spauding, David  
Investment Performance Attribution – A Guide to what it is, how to calculate in  
and how to use it  
New York: 2003  
McGraw-Hill
- 27) Feibel, Bruce J.  
Investment Performance Measurement  
New Jersey: 2003  
John Wiley



- 28) Bacon, Carl R.  
Practical Portfolio Performance: measurement and attribution  
New York: 2008, 2<sup>nd</sup> ed.  
John Wiley
- 29) Bacon, Carl R.  
Performance Attribution – History and Progress  
CFA INSTITUTE RESEARCH FOUNDATION: 2019
- 30) GPIS – CFA INSTITUTE  
GPIS – Global Investment Performance Standards for Asset Owners (2020)  
Consultado em 16/07/2020  
<https://gipsstandards.org/standards/2020/Pages/index.aspx>
- 31) McGill, Dan ; Brown, K. N.; Haley; John J.; Sheiber; S. and Warshawsky M.J.  
Fundamentals of Private Pensions  
New York: 2005  
Oxford University Press
- 32) Souza, Dalvin Gabriel José de  
Dedução de uma fórmula algébrica geral para cálculo da taxa de juros implícita em um esquema genérico de financiamento no regime de capitalização composta.  
(2003)  
Consultado em 16/07/2020  
<https://www.somatematica.com.br/artigos.php?pag=5>
- 33) Sá, Geraldo Tosta  
Fundos de Pensão – Investimentos, Medidas de Rentabilidade e Avaliação do Desempenho  
Rio de Janeiro: 1993  
Pete Cabralis
- 34) Jacobson, Harold  
Measuring Investment Performance in Accounts With Deposits Or Withdrawals – Savings Account Building Up Retirement – Retirement Account Providing Funds in Retirement – Return on Investment (ROI) – Dietz Modification of ROI – Internal Rate of Return (IRR) – Time-Weighted Return (TWR) – SEC Total Return  
Bloomington: 2013  
Author House
- 35) Dietz, Peter O.  
Pension Funds: Measuring Investment Performance  
New York: 1966  
The Free Press

- 36) Dietz, Peter O.  
Pension Fund Investment Performance: What Method to Use When  
Financial Analysts Journal, Vol. 22, No. 1 (Jan. - Feb., 1966), pp. 83-86  
Published by: CFA Institute.
- 37) Dietz, Peter O.  
Institute Investment Goals: A Key to Measuring Performance of Pension Funds  
Source: Financial Analysts Journal, Vol. 24, No. 2 (Mar. - Apr., 1968), pp. 133-137  
Published by: CFA Institute
- 38) Dietz, Peter O.  
Components of a Measurement Model: Rate of Return, Risk, and Timing  
The Journal of Finance, Vol. 23, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Sixth Annual Meeting of the American Finance Association Washington, D.C. December 28-30, 1967 (May, 1968), pp. 267-275  
Published by: Wiley for the American Finance Association
- 39) Dietz, Peter O. and H. Russell Fogler  
Pension Portfolio Objective: Connecting the Loop  
Financial Management, Vol. 7, No. 2 (Summer, 1978), pp. 56-62  
Published by: Wiley on behalf of the Financial Management Association International
- 40) Dietz, Peter O.  
Investments I: Discussion  
The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 6, No. 2 (Mar., 1971), pp. 849-853  
Published by: Cambridge University Press on behalf of the University of Washington School of Business Administration
- 41) Savóia, J. R., Oda, A., Ishigami, F.O. e Hoffman, André  
Metodologia para cálculo de rentabilidade ajustada à alocação de ativos para entidades fechadas de previdência complementar  
em: Gestão de Riscos no Brasil, Rio de Janeiro: Financial Consultoria, 2003. pp. 631-644
- 42) Randolph W. McCandlish, Jr.  
Some Methods for Measuring Performance of a Pension Fund  
Financial Analysts Journal, Vol. 21, No. 6 (Nov. - Dec., 1965), pp. 105-110  
Published by: CFA Institute